

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.1791

基于广义 Hoek-Brown 准则的瞬时线性化 强度折减技术

任晋岚, 陈 曦, 王冬勇, 吕彦楠

(北京交通大学 城市地下工程教育部重点实验室, 北京 100044)

摘 要: 广义 Hoek-Brown (HB) 准则广泛应用于岩体的计算和分析, 然而, 广义 HB 准则是典型的非线性强度准则, 不能直接在有限元强度折减法中采用来开展岩体的稳定性分析。针对这一问题, 开展瞬时线性化研究, 根据已有的应力状态将 HB 强度包线上一点的抗剪强度转化为该点切线对应的黏聚力和内摩擦角, 并提出了两种瞬时线性化强度折减方案: (1) 基于弹塑性分析获得的应力场, 对每个应力点专属的瞬时 Mohr-Coulomb (MC) 强度参数进行折减, 相应的方法记为 Point-IL-SSRFEM; (2) 由于传统有限元法要求单元的抗剪强度参数保持不变, 在每个单元上各个应力点获得瞬时 MC 强度参数后, 对这些参数进行单元均一化处理并进行折减, 相应的方法记为 Element-IL-SSRFEM。基于岩质边坡算例, 对比和评述了三参数等比折减技术和瞬时线性化强度折减技术。数值分析结果表明: 与 Element-IL-SSRFEM 相比, Point-IL-SSRFEM 对网格划分的要求较低, 计算精度和计算效率相对较高; 与三参数等比折减相比, Point-IL-SSRFEM 的计算精度高、计算性能稳定。因此, 推荐使用 Point-IL-SSRFEM 来分析岩质边坡的稳定性。

关 键 词: 岩质边坡; 广义 Hoek-Brown 准则; 瞬时线性化; 强度折减; 安全系数

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2019) 12-4865-08

Instantaneous linearization strength reduction technique for generalized Hoek-Brown criterion

REN Jin-lan, CHEN Xi, WANG Dong-yong, LÜ Yan-nan

(Key Laboratory of Urban Underground Engineering of Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: The generalized Hoek-Brown (HB) criterion has been widely applied to the computation and analysis of rock mass. However, the generalized HB criterion is a typical nonlinear failure criterion, so that it can't be directly used in conjunction with shear strength reduction finite element method (SSRFEM) for the stability analysis of rock slopes. In response to this problem, the instantaneous linearization technique is investigated, in which for an arbitrary stress point, the instantaneous cohesion and internal friction angle corresponding to a tangent line with respect to the HB envelope can be obtained. Consequently, two instantaneous linearization strength reduction schemes are proposed: 1) Based on the stress field attained from the elasto-plastic analysis, the Mohr-Coulomb (MC) strength parameters of each stress point can be reduced, and the resulting approach is denoted as Point-IL-SSRFEM; 2) Since the strength parameters are required to be constant in each element for conventional finite element method, the attained instantaneous strength parameters for stress points in each element shall be averaged and then reduced, and the resulting approach is denoted as Element-IL-SSRFEM. Based on the calculation example of rock slope, the three-parameter strength reduction technique and the instantaneous linearization strength reduction technique are compared. The numerical results show that: compared to Element-IL-SSRFEM, the numerical accuracy and computational efficiency of Point-IL-SSRFEM are relatively high; Compared to the three-parameter strength reduction technique, the numerical accuracy of Point-IL-SSRFEM is higher and the computational performance of Point-IL-SSRFEM is more stable. Therefore, it is recommended to apply it to the stability analysis of rock slopes.

Keywords: rock slopes; generalized Hoek-Brown criterion; instantaneous linearization; shear strength reduction; factor of safety

收稿日期: 2018-09-25

基金项目: 国家重点研发计划课题 (No.2017YFC0804602); 中央高校基本科研业务费专项基金 (No.2019JBM092)。

This work was supported by the National Key R&D Program of China (2017YFC0804602) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (2019JBM092).

第一作者简介: 任晋岚, 女, 1995 年生, 硕士研究生, 主要从事岩土体稳定性分析方面的研究工作。E-mail: 16121090@bjtu.edu.cn

通讯作者: 陈曦, 男, 1977 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事计算岩土力学和岩土工程风险方面的研究工作。E-mail: xichen.geo@gmail.com

1 引言

传统的有限元强度折减技术^[1-4]基于 Mohr-Coulomb (MC) 或 Drucker-Prager (DP) 等线性强度准则来进行边坡稳定性分析, 其特点如下: ①针对岩土材料抗剪强度的折减, 实际上是对抗剪强度指标黏聚力 c 和内摩擦角 φ 的折减; ②在特定的材料域内, 每个单元上的黏聚力 c 和内摩擦角 φ 为常数, 与应力状态无关。然而, 岩土材料通常表现出非线性破坏特征, 尤其在低应力状态, 其非线性特征十分显著^[5], 采用线性强度准则近似求解通常会导导致岩土体在变形和稳定性计算方面产生偏差。基于 Hoek 等^[6]给出的 2002 年版本的 Hoek-Brown (HB) 准则, 通过对岩石节理、岩石强度和应力状态等进行分析, 从而获得岩体的强度, 能够准确地描述岩体的固有特点和非线性破坏特征^[7-8], 因此, HB 强度准则被广泛应用于岩质边坡的稳定性分析。

目前, 针对 HB 非线性强度准则, 有 4 种强度折减方案^[9]: ①直接针对 HB 强度参数进行折减; ②获得等效 MC 强度包线后, 再进行折减; ③降低强度包线法; ④瞬时线性化强度折减法。例如, 林杭等^[10]基于狭义 HB 准则, 利用其完整岩石的单轴抗压强度 σ_{ci} 、岩体材料常数 m_b 和 s 与黏聚力 c 、内摩擦角 φ 之间的关系, 获得了 σ_{ci} 、 m_b 和 s 的折减因子及其相互关系, 从而实现了 HB 强度包线的折减; 李远耀等^[11]则是选取完整岩石的单轴抗压强度 σ_{ci} 、岩石材料常数 m_i 和地质强度指标 GSI 作为折减参数, 分别对 σ_{ci} 和 m_i 、 σ_{ci} 和 GSI、 m_i 和 GSI 3 种参数组合进行等比折减, 通过对工程实例的分析, 发现 m_i 和 GSI 等比折减的结果相对可靠, 这两组作者提出的方法均属于第 1 种折减方案。Hammah 等^[12]根据 Hoek 等^[6]提出的计算公式将 HB 强度参数转化为等效 MC 强度参数, 然后按照传统的有限元强度折减技术进行岩质边坡的稳定性分析, 该方法属于第 2 种折减方案。Hammah 等^[13]先将初始 HB 强度包线按一定的比例降低后, 再对降低后的强度包线进行拟合进而获得与之匹配的 HB 强度参数, 从而实现对 HB 强度准则的直接折减, 该方法属于第 3 种折减方案。Fu 等^[14]对单元上的一点进行受力分析, 将安全系数定义为材料固有的抗剪强度与当前点受到的剪切应力的比值, 基于安全系数关于瞬时内摩擦角 φ_{ms} 的表达式, 最小化安全系数并利用 Newton 迭代来求解瞬时 MC 强度参数(瞬时黏聚力 c_{ins} 、瞬时内摩擦角 φ_{ms}), 进而可实现 HB 准则的瞬

时线性化折减, 该方法属于第 4 种折减方案。

本文基于自开发的有限元程序包, 利用 HB 准则在 τ - σ_n 空间的表达式以及 HB 强度包线和 Mohr 圆之间的几何关系^[15-16], 获得了瞬时黏聚力 c_{ins} 和瞬时内摩擦角 φ_{ms} 随最小主应力 σ_3 的非线性变化关系, 其中 σ_3 可通过应力点应力状态确定。随后, 针对 HB 准则的非线性, 研究了以下两种瞬时线性化强度折减方案: 一是直接折减基于应力点应力状态确定的瞬时线性 MC 强度参数 (c_{ins} 和 φ_{ms}), 该方法记为 Point-IL-SSRFEM; 二是对单元内多个应力点的瞬时 MC 强度参数进行均一化处理, 使得同一单元仅有一组 MC 强度参数(单元均一化的瞬时黏聚力 $\bar{c}_{ins}$ 、单元均一化的瞬时内摩擦角 $\bar{\varphi}_{ms}$), 来满足传统有限元法中每个单元内线性 MC 模型强度参数为常数的要求, 然后再对其进行折减, 该方法记为 Element-IL-SSRFEM。最后, 通过数值算例对比和分析了瞬时线性化强度折减方案和三参数等比折减方案的有效性, 并进行了评述。

2 广义 Hoek-Brown 准则

Hoek-Brown 准则由 Hoek 和 Brown 在 1980 年提出, 经过多次完善后的形式如下^[6]:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s \right)^a \quad (1)$$

式中: σ_1 和 σ_3 分别对应岩体破坏时应力点的最大主应力和最小主应力; σ_{ci} 为完整岩石的单轴抗压强度; m_b 、 s 和 a 为与岩体特性有关的材料常数, 均可表达为 GSI 和 D 的函数, 即

$$\left. \begin{aligned} m_b &= m_i \exp \left[(GSI - 100) / (28 - 14D) \right] \\ s &= \exp \left[(GSI - 100) / (9 - 3D) \right] \\ a &= 0.5 + \left[\exp(-GSI/15) - \exp(-20/3) \right] / 6 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: GSI 为地质强度指标, 通过岩体的结构特征和节理表面状况两个方面来反映各种地质条件对岩体强度的削弱程度; m_i 为岩石材料常数, 可通过完整岩石试样的三轴试验确定; D 为扰动因子, 反映岩体因爆破和应力松弛受到的扰动程度, 取值范围为 0~1。式 (1) 两端分别对 σ_3 求导, 可得

$$\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3 = 1 + a m_b \left(m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s \right)^{a-1} \quad (3)$$

3 基于 Hoek-Brown 准则的瞬时线性化技术

3.1 Hoek-Brown 准则在 τ - σ_n 空间的表达式

在 τ - σ_n 空间, 根据 HB 强度包线与 Mohr 圆的几

何关系可知, 当岩体发生破坏时, HB 强度包线与 Mohr 圆相切于点 $G(\sigma_c, \tau_c)$, 如图 2 所示。对于 G 点, 有

$$\left[\sigma_c - (\sigma_1 + \sigma_3)/2\right]^2 + \tau_c^2 = \left[(\sigma_1 - \sigma_3)/2\right]^2 \quad (4)$$

两端对 σ_3 求导, 可得

$$\left[\frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} - \sigma_c\right] \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1\right) = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{2} \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} - 1\right) \quad (5)$$

由式 (5) 可得, G 点处的正应力 σ_c 为

$$\sigma_c = \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3 + 1} \quad (6)$$

将式 (6) 关于 σ_c 的表达式代入式 (4), 则 G 点处的剪应力 τ_c 为

$$\tau_c = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3 + 1} \sqrt{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3}} \quad (7)$$

将由式 (1) 获得的 $\sigma_1 - \sigma_3$ 的表达式和式 (3) 关于 $\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3$ 的表达式代入式 (6) 和式 (7), 由此获得 σ_c 和 τ_c 关于 σ_3 的表达式为

$$\sigma_c = \sigma_3 + \frac{\sigma_{ci} (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^a}{am_b (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^{a-1} + 2} \quad (8)$$

$$\tau_c = \frac{\sigma_{ci} (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^a}{am_b (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^{a-1} + 2} \sqrt{1 + am_b \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a-1}} \quad (9)$$

因此, HB 强度准则在 τ - σ_n 空间的表达式为

$$\tau_c = (\sigma_c - \sigma_3) \sqrt{1 + am_b (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^{a-1}} \quad (10)$$

图 1 是根据式 (10) 绘制的在 τ - σ_n 空间的点 $G(\sigma_c, \tau_c)$ 的轨迹线, 即非线性 HB 强度包线。

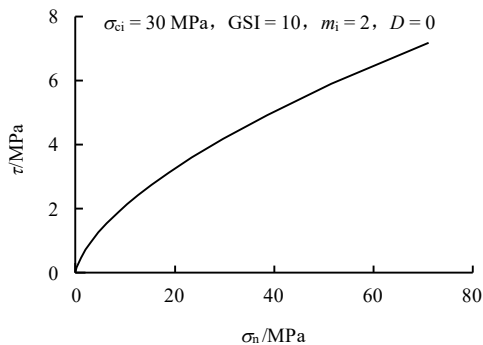


图 1 τ - σ_n 空间的 HB 强度包线
Fig.1 HB failure envelope in τ - σ_n space

3.2 瞬时内摩擦角 φ_{ins} 和瞬时黏聚力 c_{ins}

在图 2 中, 由 HB 强度包线和 Mohr 圆的几何关系可得

$$2\alpha = \varphi_{ins} + \frac{\pi}{2}, \tan \alpha = \frac{\tau_c}{\sigma_c - \sigma_3} = \sqrt{\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3}} \quad (11)$$

式中: α 为最小主应力与破坏面之间的夹角; φ_{ins} 为 HB 强度包线上 G 点处切线所对应的内摩擦角, 亦可称为瞬时内摩擦角。式 (11) 经三角变换等处理后, 可得 G 点瞬时内摩擦角 φ_{ins} 的表达式为

$$\tan \varphi_{ins} = -\frac{1}{\tan 2\alpha} = \frac{\tan^2 \alpha - 1}{2 \tan \alpha} = \frac{\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3 - 1}{2 \sqrt{\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3}} \quad (12)$$

随后, 瞬时黏聚力 c_{ins} 为

$$c_{ins} = \tau_c - \sigma_c \tan \varphi_{ins} \quad (13)$$

同时将式 (6) 关于 σ_c 、式 (7) 关于 τ_c 和式 (12) 关于 $\tan \varphi_{ins}$ 的表达式代入式 (13), 则有

$$c_{ins} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - \sigma_3 (\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3 - 1)}{2 \sqrt{\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3}} \quad (14)$$

将由式 (1) 获得的 $\sigma_1 - \sigma_3$ 的表达式和式 (3) 关于 $\partial \sigma_1 / \partial \sigma_3$ 的表达式代入式 (12) 和式 (14), 则 G 点瞬时内摩擦角 φ_{ins} 和黏聚力 c_{ins} 关于 σ_3 的表达式为

$$\left. \begin{aligned} \tan \varphi_{ins} &= \frac{am_b (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^{a-1}}{2 \sqrt{1 + am_b (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^{a-1}}} \\ c_{ins} &= \frac{\sigma_{ci} (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^a - am_b \sigma_3 (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^{a-1}}{2 \sqrt{1 + am_b (m_b \sigma_3 / \sigma_{ci} + s)^{a-1}}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

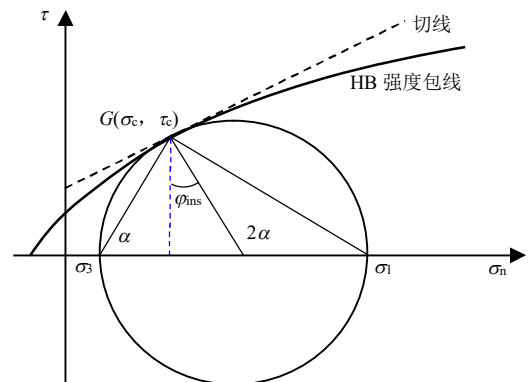


图 2 HB 强度包线和 Mohr 圆的几何关系
Fig.2 Relationship between HB failure envelope and Mohr circle

图3为 c_{ins} 和 φ_{ins} 随最小主应力 σ_3 的变化曲线。 φ_{ins} 随着最小主应力 σ_3 的增加而减小,且在 σ_3 的较小范围内存在快速下降阶段,随后减小趋势趋于平缓; c_{ins} 则先在 σ_3 的较小范围内急剧下降到最小值,然后随 σ_3 的增加逐渐增大。由此可见,HB准则的瞬时强度参数 c_{ins} 和 φ_{ins} 与应力状态密切相关,且与 σ_3 之间的关系具有显著的非线性特征。因此,针对非线性HB准则,使用瞬时线性化技术来获得有限元强度折减所需要的抗剪强度参数。

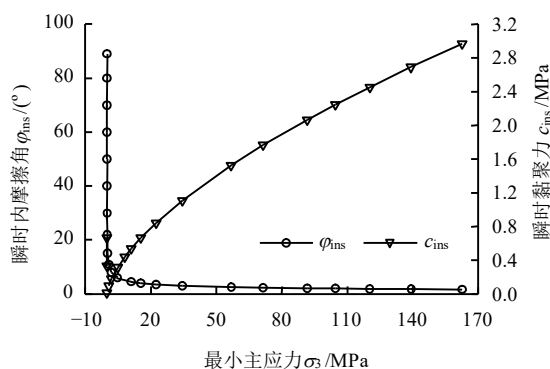


图3 c_{ins} 和 φ_{ins} 随 σ_3 的变化关系

Fig.3 Relationship between c_{ins} or φ_{ins} and σ_3

4 基于 Hoek-Brown 准则的瞬时线性化强度折减技术

4.1 应力点瞬时线性化参数折减技术 Point-IL-SSRFEM

在岩质边坡稳定性分析中,每个单元上的各个应力点都有其专属的应力场。由于HB准则的瞬时强度参数 c_{ins} 和 φ_{ins} 与应力点的应力状态密切相关,即两者与最小主应力 σ_3 之间具有显著的非线性关系,如图3所示,由此可见,每个应力点都有专属的瞬时MC强度参数(c_{ins} , φ_{ins})。因此,抗剪强度的折减公式如下:

$$\frac{(\tau^{iel})_{ip}}{\text{SRF}} = \frac{(c_{\text{ins}}^{iel})_{ip}}{\text{SRF}} + (\sigma_n^{iel})_{ip} \cdot \frac{\tan(\varphi_{\text{ins}}^{iel})_{ip}}{\text{SRF}} \quad (16)$$

式中: iel 为单元号指标, $iel=1, 2, \dots, nels$, $nels$ 为有限元网格中的单元总数; ip 为应力点号指标, $ip=1, 2, \dots, nip$, nip 为每个单元的应力点(或积分点)个数,对于四边形八节点单元, $nip=9$; $(\sigma_n^{iel})_{ip}$ 和 $(\tau^{iel})_{ip}$ 分别为第 iel 个单元第 ip 个应力点上的正应力和剪应力; $(c_{\text{ins}}^{iel})_{ip}$ 和 $(\varphi_{\text{ins}}^{iel})_{ip}$ 分别为第 iel 个单元第 ip 个应力点的瞬时黏聚力和瞬时内摩擦

角;SRF为强度折减因子。

边坡失稳的判定准则通常可分为3类,即非线性迭代不收敛、塑性区贯通和特征点位移的突变^[2]。上面3种准则相互关联,例如,当边坡体出现塑性区贯通现象时,滑坡体会出现位移突变且非线性迭代由于不能获得体系的平衡而出现不收敛问题。本文采用了上述第1种失稳判定准则。需要指出的是,当边坡失稳时,边坡特征点的位移会发生突变,滑坡体的位移场不再具有实际意义。

4.2 单元均一化瞬时线性化参数折减技术 Element-IL-SSRFEM

对于传统有限元强度折减法,同一材料域或同一单元上的抗剪强度指标 c 和 φ 与其应力状态无关,同一材料域的网格单元共用一对MC强度参数(c , φ),而且对于任意一个单元,其内部应力点上的MC强度参数是相同的。因此,在折减过程中,对每个单元上所有应力点的瞬时线性化参数进行平均化处理,如式(17)所示,从而满足传统有限元法在一个单元上各个应力点共用一对MC强度参数的要求。在对瞬时线性化强度参数进行平均化处理后,抗剪强度折减公式为

$$\left. \begin{aligned} \bar{c}_{\text{ins}}^{iel} &= \sum_{ip=1}^{nip} (c_{\text{ins}}^{iel})_{ip} / nip \\ \bar{\varphi}_{\text{ins}}^{iel} &= \sum_{ip=1}^{nip} (\varphi_{\text{ins}}^{iel})_{ip} / nip \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\frac{\tau^{iel}}{\text{SRF}} = \frac{\bar{c}_{\text{ins}}^{iel}}{\text{SRF}} + \sigma_n^{iel} \cdot \frac{\tan \bar{\varphi}_{\text{ins}}^{iel}}{\text{SRF}} \quad (18)$$

式中: $\bar{c}_{\text{ins}}^{iel}$ 和 $\bar{\varphi}_{\text{ins}}^{iel}$ 分别为第 iel 个单元均一化的瞬时黏聚力和瞬时内摩擦角。

4.3 算例分析

图4所示为算例1的边坡尺寸和八节点四边形有限元网格划分,边坡高度为10m,边坡倾角为45°,边坡岩体的物理力学参数^[13]:岩体自重 $\gamma=25$ kN/m³,弹性模量 $E=5000$ MPa,泊松比 $\nu=0.3$,单轴抗压强度 $\sigma_{ci}=30$ MPa, $\text{GSI}=5$, $m_i=2$, $D=0$ 。

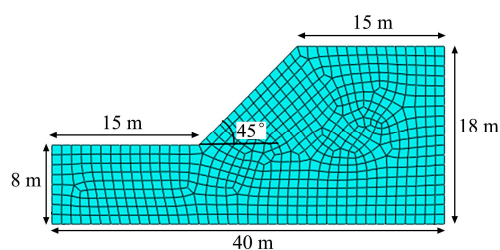


图4 边坡尺寸及网格划分($nels=601$)

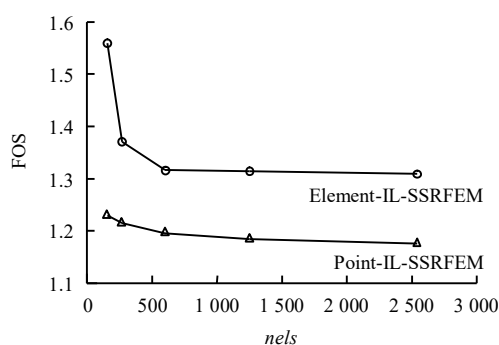
Fig.4 Dimension and finite element mesh of the slope ($nels=601$)

表 1 不同强度折减方案计算获得的边坡安全系数
Table 1 Factors of safety calculated by different strength reduction schemes

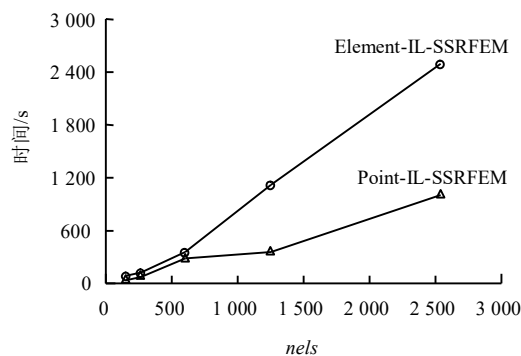
计算方法	不同有限元网格中单元总数 $nels$ 的安全系数				
	155	266	601	1 251	2 542
Point-IL-SSRFEM	1.230	1.215	1.196	1.184	1.176
Element-IL-SSRFEM	1.559	1.371	1.316	1.314	1.309
SSRFEM ^[13]	1.150				

表 1 为不同有限元强度折减方法所获得的边坡安全系数，其中安全系数 $FOS = 1.150$ 为 Hammah 等^[13]采用“降低”强度包线的方法对 HB 准则进行折减获得的计算结果。由于“降低”强度包线法需根据 Hoek 等^[6]给出的方法确定等效条件下最小主应力的应力上限值 σ_{3max} 的大小，以此来确定关于正应力 σ_n 取值的拟合区间 $[\sigma_i, \sigma_{nmax}]$ ， σ_i 和 σ_{nmax} 分别为岩体的抗拉强度和正应力的最大取值，从而使降低后的强度包线和拟合的强度包线之间存在不可避免

的误差^[14]，而且，对于有扰动的岩体，拟合求解器中 $D = 0$ 的假定会带来额外的误差。如图 5(a)所示，随着网格的加密（即单元总数 $nels$ 的增加），边坡安全系数逐渐减小，缩小了与参考解的差距。网格疏密程度对应力点瞬时线性化参数折减（Point-IL-SSRFEM）的计算结果的影响相对较小，当单元数从 155 变化到 2 542 时，FOS 的变化仅有 0.054；但是，网格疏密程度对单元均一化瞬时线性化参数折减（Element-IL-SSRFEM）的计算结果的影响较明显，单元数从 155 变化到 2 542 时，FOS 的变化达到了 0.250。同时，Point-IL-SSRFEM 与 Hammah 等^[13]的“降低”强度包线法两者获得的 FOS 十分接近，且在网格稀疏时对应的计算结果的偏差为 7%；然而，Element-IL-SSRFEM 的计算结果与参考解的偏差较大，即使在网格最密时，其计算结果的偏差也达到了 13.8%。因此，Point-IL-SSRFEM 的计算结果更具参考价值。



(a) 边坡安全系数随网格单元数的变化



(b) 计算耗时随网格单元数的变化

图 5 边坡安全系数与计算耗时随网格单元数的变化趋势

Fig.5 Variation trend of FOS and computer run-time with the mesh density

由图 5(b)可知，随着网格的加密和单元总数的增加，计算耗时随之增加，Point-IL-SSRFEM 和 Element-IL-SSRFEM 两者在计算效率方面的差距也越来越明显。与 Point-IL-SSRFEM 相比，Element-IL-SSRFEM 的计算耗时增加了约 24.3%~212.2%，平均增量约为 116.6%。产生这一现象的原因如下：

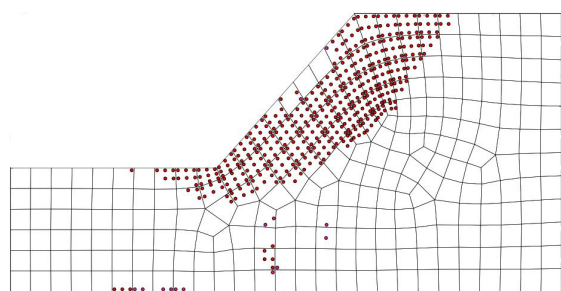
(1) 对于任一应力点，Element-IL-SSRFEM 求解抗剪强度参数的过程繁琐。在一次非线性迭代过程中，对任一应力点进行分析时，Element-IL-SSRFEM 首先需传输此应力点所在八节点四边形单元在前一分析步求解获得的应力场（初始的应力场通过弹性分析获得），随后基于单元应力场，求解 9 个应力点各自专属的瞬时线性化参数，最后根据式

(17) 获得均一化的瞬时线性化参数；然而，对于 Point-IL-SSRFEM，仅需根据此应力点已有的应力状态确定瞬时线性化强度参数 c_{ins} 和 ϕ_{ins} 即可。

(2) 单元均一化处理引起的非线性迭代次数的增加和迭代累积效应。由于瞬时线性化参数 c_{ins} 和 ϕ_{ins} 是根据应力点应力状态确定的，在应力点经过屈服判断和应力修正等分析后，会改变应力点上的应力状态，故在 Element-IL-SSRFEM 中，单元均一化瞬时线性化强度参数并不是固定不变的，需在每个应力点应力状态更新后重新计算。因此，即使求解应力点上的单元均一化瞬时线性化参数这一过程额外耗费的时间是微小的，但是随着应力点和单元的增加，这一微小量会不断累积，而非线性迭代的

存在, 会将这一累积量成倍的放大; 此外, 由于单元均一化瞬时线性化参数的使用, 会在很大程度上削弱 Hoek-Brown 准则对应力场变化的同步协调性, 在应力点屈服判断和应力修正等方面产生偏差, 使体系平衡迭代所需要的非线性迭代次数增加。因此, 与 Point-IL-SSRFEM 相比, Element-IL-SSRFEM 一般需要更多的计算时间。

根据 Point-IL-SSRFEM 计算获得的塑性区如图 6 所示。可以看出, 在不同网格密度条件下, Point-IL-SSRFEM 能够给出较为合理的连续贯通的塑性区, 并且能够初步确定出滑裂面的位置和形状, 如图 6(b) 中的黑色弧线。需要指出的是, 黑色弧线所示的滑裂面的下方和右侧分布的不规则屈服点是由于体系平衡迭代过程中不平衡力向塑性区外的弹性区传递和重分布所导致的, 因此可以忽略掉。这里没有给出 Element-IL-SSRFEM 计算获得的塑性区分布, 因为 Element-IL-SSRFEM 计算获得的塑性区分布比较凌乱, 与实际情况产生较大的偏差, 也进一步证实了 Point-IL-SSRFEM 的合理性。



(a) $nels = 266$



(b) $nels = 1251$

图 6 由 Point-IL-SSRFEM 计算获得的屈服应力点分布图
Fig.6 Distribution of yielded stress points calculated by Point-IL-SSRFEM

综上所述, 相比于 Element-IL-SSRFEM, Point-IL-SSRFEM 对网格划分的要求较低, 满足 Hoek-Brown 准则对应力场变化的自适应性, 其计算

结果精度高, 耗费时间少, 适用于岩质边坡的稳定性分析。

5 三参数等比折减技术与瞬时线性化参数折减技术的对比

对 HB 模型的强度参数进行折减时, 将 σ_{ci} 、GSI 和 m_i 选定为折减参数, 对组合的 7 种折减方案^[17]进行分析发现, 三参数折减方案 (即等比折减 σ_{ci} 、GSI 和 m_i) 的计算精度较好, 且计算结果偏于安全, 被确定为几种 HB 参数折减方案中的优选方案^[18]。

图 7 为算例 2 边坡的尺寸和有限元网格划分。边坡高度为 25 m, 边坡倾角为 60° , 其中, 边坡的尺寸根据 Li^[19]提供的方法确定, 该网格尺寸和边界的选取能够很大程度地减小其对计算结果的影响, 节省计算时间。边坡岩体的物理力学参数选取如下^[5]: $\gamma = 23 \text{ kN/m}^3$, $E = 5\,000 \text{ MPa}$, $\nu = 0.3$, 单轴抗压强度 $\sigma_{ci} = 20 \text{ MPa}$, GSI 的取值为 10 和 40, m_i 的取值为 5、15、25, $D = 0$ 。基于该边坡算例, 对比了文献[5] (简化 Bishop 法)、三参数强度折减方案和本文建议的 Point-IL-SSRFEM 3 种方法的计算结果, 如表 2 所示。

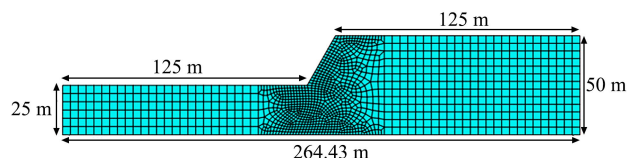


图 7 岩质边坡尺寸及网格划分 ($nels = 1307$)
Fig.7 Dimension and finite element mesh of the rock slope ($nels = 1307$)

需要说明的是, 表 2 中简化 Bishop 法是已经被广泛认可的 Rocscience Slide 6.0 软件提供的一种方法, 该方法基于 HB 准则, 可用于岩质边坡的稳定性分析, 结果也相对可靠, 因此被用作参照方法。由表 2 可知, 与简化 Bishop 的结果相比, Point-IL-SSRFEM 计算结果的偏差较小, 在 4.0%~6.5% 之间变动, HB 强度参数对计算精度的影响可忽略。三参数等比折减方法的计算结果偏差较大, 最大偏差达到了 23.8%, 在 GSI = 10 时, 两者的偏差随 m_i 数值的增大而逐渐增加, 而在 GSI = 40 时, 两者的偏差随 m_i 数值的增大而逐渐减小, 这一事实说明三参数等比折减技术的计算精度对 HB 强度参数的变化十分敏感。因此, 与三参数等比折减技术相比, 瞬时线性化强度折减技术因其计算精度高、计算性能稳定的特点而被广泛使用。

表 2 不同强度折减方案计算获得的边坡安全系数
Table 2 FOS calculated by different strength reduction schemes

计算方法	GSI = 10			GSI = 40		
	$m_i = 5$	$m_i = 15$	$m_i = 25$	$m_i = 5$	$m_i = 15$	$m_i = 25$
Point-IL-SSRFEM	0.997	1.382	1.609	2.696	2.975	3.200
三参数折减	0.997	1.416	1.722	1.929	2.483	2.881
简化 Bishop ^[5]	0.958	1.326	1.547	2.532	2.819	3.043

6 结 论

针对非线性 Hoek-Brown 准则，对 Element-IL-SSRFEM 和 Point-IL-SSRFEM 两种瞬时线性化强度折减方案进行了研究，并且对比分析了三参数折减技术和瞬时线性化折减技术，具体结论如下：

(1) 广义 HB 准则瞬时线性化获得的线性 MC 强度参数 c_{ins} 和 φ_{ins} 与应力点的应力状态密切相关，两者与 σ_3 之间存在非线性的变化关系。

(2) 与 Element-IL-SSRFEM 相比，Point-IL-SSRFEM 对有限元网格划分的要求较低，其计算结果精度和计算效率较高，值得注意的是，Point-IL-SSRFEM 的计算精度与 HB 准则的非线性程度密切相关。

(3) 三参数等比折减技术的计算精度对 HB 强度参数的变化敏感，通常在 HB 强度参数较小时，其计算结果才具有参考价值，然而，与三参数等比折减技术相比，Point-IL-SSRFEM 的计算精度更高、且计算性能更加稳定，建议在岩质边坡稳定性分析时优先采用。

(4) 对于 Point-IL-SSRFEM，应力场与瞬时线性化参数同步协调变化，使 HB 准则自动适应变化的应力场，充分考虑了 HB 准则的非线性，然而，也正因这一事实，与传统的基于线性 MC 准则的有限元强度折减法相比，Point-IL-SSRFEM 的计算量增加，计算效率有所降低。

参 考 文 献

- [1] GRIFFITHS D V, LANE P A. Slope stability analysis by finite elements[J]. *Géotechnique*, 1999, 49(7): 653—654.
- [2] CHEN X, WU Y K, YU Y Z, et al. A two-grid search scheme for large-scale 3-D finite element analyses of slope stability[J]. *Computers and Geotechnics*, 2014, 62: 203—215.
- [3] CHEN X, REN J, LIU J K. Analysis of slope stability and software development based on single-grid and two-grid finite element methods[J]. *Geotechnical & Geological Engineering*, 2017, 35(4): 1—14.
- [4] 陈曦, 刘春杰. 有限元强度折减法中安全系数的搜索算法[J]. *岩土工程学报*, 2010, 32(9): 1443—1447.
CHEN Xi, LIU Chun-jie. Search algorithms for safety factor in finite element shear strength reduction method[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, 32(9): 1443—1447.
- [5] SHEN J Y, KARAKUS M, XU C S. Chart-based slope stability assessment using the generalized Hoek-Brown criterion[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2013, 64(6): 210—219.
- [6] HOEK E, CARRANZA-TORRES C, CORKUM B. Hoek-Brown failure criterion-2002 edition[C]// *Proceedings of the North American Rock Mechanics Society Meeting*. Toronto: University of Toronto Press, 2002: 267—273.
- [7] 田茂霖, 肖洪天, 闫强刚. Hoek-Brown 准则岩体力学参数非线性位移反分析[J]. *岩土力学*, 2017, 38(增刊 1): 343—350.
TIAN Mao-lin, XIAO Hong-tian, YAN Qiang-gang. Displacement back analysis of rock parameters of Hoek-Brown criterion using nonlinear regression method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2017, 38(Suppl.1): 343—350.
- [8] 周兴涛, 盛谦, 崔臻, 等. 基于 C2 阶连续函数的广义 Hoek-Brown 强度准则屈服面与塑性势面棱角圆化方法[J]. *岩土力学*, 2018, 39(增刊 1): 477—487.
ZHOU Xing-tao, SHENG Qian, CUI Zhen, et al. C2 continuous approximation to generalized Hoek-Brown strength criterion yield surface and plastic potential surface[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2018, 39(Suppl.1): 477—487.
- [9] 任俊, 陈曦, 王冬勇. 基于 Hoek-Brown 准则的强度折减法及进展[J]. *防灾减灾工程学报*, 2016, 36(4): 664—671.
REN Jun, CHEN Xi, WANG Dong-yong. Strength reduction methods based on Hoek-Brown failure criterion: advances and developments[J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2016, 36(4): 664—671.
- [10] 林杭, 曹平, 赵延林, 等. 强度折减法在 Hoek-Brown

- 准则中的应用[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2007, 38(6): 1219—1224.
- LIN Hang, CAO Ping, ZHAO Yan-lin, et al. Application of strength reduction method in Hoek-Brown criterion[J]. **Journal of Central South University(Science and Technology)**, 2007, 38(6): 1219—1224.
- [11] 李远耀, 殷坤龙, 代云霞. 基于广义 Hoek-Brown 准则强度折减法的岩坡稳定性分析[J]. 岩土力学, 2008, 28(增刊): 347—352.
- LI Yuan-yao, YIN Kun-long, DAI Yun-xia. Stability analysis of rock slope by strength reduction method based on generalized Hoek-Brown failure criterion[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 28 (Suppl.): 347—352.
- [12] HAMMAH R E, CURRAN J H, YACOU B T, et al. Stability analysis of rock slopes using the finite element method[C]//Eurock 2004 & 53rd Geomechanics Colloquium. [S. l.]: [s. n.], 2004.
- [13] HAMMAH R E, YACOU B T, CORKUM B C, et al. The shear strength reduction method for the generalized Hoek-Brown criterion[C]//The 40th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS). [S. l.]: Alaska American Rock Mechanics Association, 2005: 122—138.
- [14] FU W X, LIAO Y. Non-linear shear strength reduction technique in slope stability calculation[J]. **Computers and Geotechnics**, 2010, 37(3): 288—298.
- [15] UCAR R. Determination of shear failure envelope in rock masses[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1986, 112(3): 303—315.
- [16] KUMAR P. Shear failure envelope of Hoek-Brown criterion for rockmass[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 1998, 13(4): 453—458.
- [17] 宋琨, 晏鄂川, 毛伟, 等. 广义 Hoek-Brown 准则中强度折减系数的确定[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(1): 106—112.
- SONG Kun, YAN E-chuan, MAO Wei, et al. Determination of shear strength reduction factor for generalized Hoek-Brown criterion[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2012, 31(1): 106—112.
- [18] 任晋岚, 陈曦, 王冬勇, 等. 广义 Hoek-Brown 准则强度参数折减法研究[C]//第十五届全国土木工程研究生学术论坛. 北京: 北京交通大学, 2017.
- REN Jin-lan, CHEN Xi, WANG Dong-yong, et al. Strength reduction technique for generalized Hoek-Brown parameters[C]//The 15th National Graduate Forum of Civil Engineering. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017.
- [19] LI X. Finite element analysis of slope stability using a nonlinear failure criterion[J]. **Computers and Geotechnics**, 2007, 34(3): 127—136.
- 上接第 4856 页
- [22] WHEELER S J, NÄÄTÄNEN A, KARSTUNEN M, et al. An anisotropic elastoplastic model for soft clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2003, 40(2): 403—418.
- [23] OTHA H, NISHIHARA A. Anisotropy of undrained shear strength of clays under axisymmetric loading conditions[J]. **Soils and Foundations**, 1985, 25(2): 73—86.
- [24] CHANG M F, TEH C I, CAO L F. Critical state strength parameters of saturated clays from the modified[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1999, 36(5): 876—890.
- [25] 沈恺伦. 软黏土结构性、塑性各向异性及其演化[D]. 杭州: 浙江大学, 2006.
- SHEN Kai-lun. Structural, plastic anisotropy and evolution of soft clay[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006.
- [26] KOUTSOFTAS D C, LADD C C. Design strengths for an offshore clay[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(3): 337—355.
- [27] SU S F, LIAO H J, LIN Y H. Base stability of deep excavation in anisotropic soft clay[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1998, 126(8): 809—819.
- [28] 欧章煜. 深开挖工程分析设计理论与实务[M]. 台北: 科技图书股份有限公司, 2004.
- OU Zhang-yu. Analysis and design theory and practice of deep excavation engineering[M]. Taipei: Science and Technology Books Co., Ltd., 2004.
- [29] 龙凡. 上限法分析深厚软土中基坑坑底抗隆起稳定性[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
- LONG Fan. Upper bound method for analyzing the stability of foundation pits in deep soft soils[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014.
- [30] HASHASH Y M A, WHITTLE A J. Ground movement prediction for deep excavations in soft clay[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1996, 122(6): 474—486.
- [31] WHITTLE A J, DEGROOT D J, LADD C C, et al. Model prediction of anisotropic behavior of Boston Blue Clay[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1994, 120(1): 199—224.